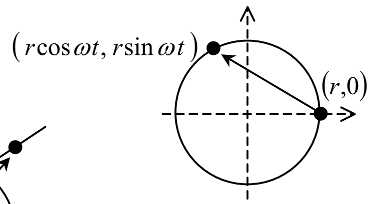
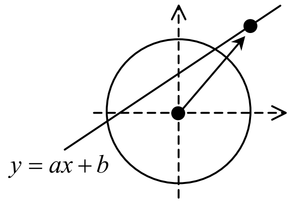
1. 【角運動量】
半径 r の円周上を角速度 ω で円運動している粒子の、円周上の点 $(r,0)$ のまわりの角運動量を求めましょう。



直線 $y = ax + b$ 上を速さ υ で等速直線運動する粒子の、原点のまわりの角運動量を求めましょう。



2. 【重心座標と相対座標】

二つの質点の座標を $\vec{x}_1$，$\vec{x}_2$、質量を m_1，m_2、それぞれが及ぼし合う力を $\vec{f}_{12}$，$\vec{f}_{21}$ とします。

それぞれの粒子の運動方程式は $\begin{cases} m_1\ddot{\vec{x}}_1 = \vec{f}_{12} \\ m_2\ddot{\vec{x}}_2 = \vec{f}_{21} \end{cases}$ です。作用反作用の法則より、$\vec{f} = \vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$ が

成り立っています。このとき、二つの粒子の重心 $\vec{X} = \dfrac{m_1\ddot{\vec{x}}_1 + m_2\ddot{\vec{x}}_2}{m_1 + m_2}$ 及び相対座標 $\vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$ の

満たす運動方程式を書きましょう。
さらに、$m_1 >> m_2$ の場合に、重心と相対座標は、元の座標 $\vec{x}_1$，$\vec{x}_2$ とどういう関係になるかを調べましょう。

3. 【楕円】

ケプラー問題を解くと楕円軌道 $r = \dfrac{l}{1 + \varepsilon\cos\theta}$ になると習いました（l, ε は定数）。

(ア) $\varepsilon = 0$ の場合に円になることを示しましょう。　ヒント—円の半径は一定です。

(イ) $\varepsilon = 1$ の場合に、横向きの放物線になることを示しましょう。

ヒント—放物線の式で x と y を入れ替えたもの $y^2 \propto x$ が「横向き放物線」です。

(ウ) $\varepsilon = 0.5, 1.5$ の場合のグラフを実際に描いて見ましょう（$l = 1$ で良いです）。

やり方は、極座標の定義 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ に軌道の式を代入します。すると、

$\begin{cases} x = \dfrac{l\cos\theta}{1 + \varepsilon\cos\theta} \\ y = \dfrac{l\sin\theta}{1 + \varepsilon\cos\theta} \end{cases}$ となって、これは座標 (x, y) のパラメータ表示（媒介変数表示）です。

例えば、$\theta = 0$ なら、$(x, y) = \left(\dfrac{l}{1+\varepsilon}, 0\right)$ です。

あとは、$\theta = 0 \sim 360^\circ$ まで十度置きくらいに、関数電卓（Windows にも内蔵されています）を使って、方眼紙（グラフ用紙）に点を書き込みます。