基礎物理コースⅠ 試験 2007/07/27, 11:00-12:30, 9-349, 後藤貴行 3-335B, 03-3238-3356, gotoo-t@sophia.ac.jp

・考え方および途中の計算を詳しく書いていなかったり、字が汚くて読めない答案は採点できません。

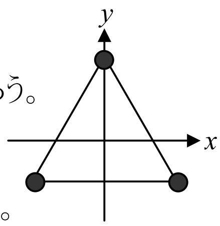
1. ポテンシャル$U(x,y)=\left(\frac{1}{2}x^2+2y^2\right)k$が働いている二次元平面上を運動する質量 m の質点を考える。質点に働く力を、$|x|,|y|\le 2$程度の範囲内でxy平面に矢印(ベクトル)で表してみよう。
2. 質点の運動が$\vec{x}(t)=(x,y)=\left(A_x\cos(\omega_x t+\phi_x), A_y\cos(\omega_y t+\phi_y)\right)$で表されると仮定して、$\omega_x$と$\omega_y$を求めよう。但し、$A_x$, ϕ_x, A_y, ϕ_yは任意定数である。
3. 質点の初期位置と初期速度をそれぞれ、$\vec{x}(0)$と$\vec{v}(0)$ とするとき、これらと、A_x, ϕ_x, A_y, ϕ_yとの関係を求めよう。

---

4. ポテンシャル$U(r)$が働いている三次元空間の中で運動する質点の角運動量を調べよう。但し、$\vec{r}=(x,y,z)$, $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ である。まず、質点に働く力$\vec{f}$を$U(r)$を使って表そう。この結果を使って角運動量$\vec{l}=\vec{r}\times\vec{p}$の時間微分を計算し、$\vec{l}$が時間によらず一定であることを示そう。
5. 同様に$U(r)$が働いている三次元空間の中で、原点を中心とした半径 r の円周上を、質点に外力を加えてゆっくり一周させる場合に必要な仕事を、線積分を用いて計算しよう。

---

6. 正三角形の三つの頂点に質量 m の質点が配置されているとする。この系の慣性モーメント行列Iを求めよう。但し、三角形の中心に原点をとり、面に垂直にz軸、x,y軸方向は右図のようにとろう。
7. 三角形を、中心を通る面内の軸のまわりにまわすとき、一番回し易いのはどの方向だろうか。



ヒント

$$I=\sum_{i=1\sim2}\left(E r_i^2-\begin{pmatrix}x_ix_i & x_iy_i & x_iz_i\\ x_iy_i & y_iy_i & y_iz_i\\ x_iz_i & y_iz_i & z_iz_i\end{pmatrix}\right)$$

---

8. 運動方程式$\ddot{x}+\omega^2x=\dfrac{f}{m}\cos\omega t$で表される運動はどういうものか説明しよう。さらに、定数m, ω, fの意味を述べよう。
9. 上の運動方程式を以下の方法で解こう。まず、斉次方程式$\ddot{x}+\omega^2x=0$の一般解を求めよう。
10. 次に、非斉次項を含んだ運動方程式の特解を求めよう。特解の形を$x(t)=At\cos(\omega t+\phi)$と仮定して運動方程式に代入し、$A,\phi$の値を求めよう。最後に$x(t)$の時間依存性をグラフに表せ。

---

11. ファイナルミッション ― 20XX 年、宇宙船ソフィア号は原因不明のトラブルで操作不能となった。全ての計器類は故障し、全ての窓はシールドが降りてしまい、外が全く見えなくなった。宇宙船に閉じ込められた我々がわかることは、ある方向に一定の重力のような力を感じることだけだ。現在の状況を推理し、いくつかの可能性を列挙してみよう。また、いずれの推理が正しいかを判断するにはどうすればよいか。なお、乗務員は手元にビー玉を持っているとする。